

Projet de Fin d'Etudes (PFE) 2021-2022

Optimisation géométrique du tracé des transports en milieu urbain

Optimisation géométrique du tracé des transports en milieu urbain

Directeur de recherche : Mindjid MAIZIA

Auteur : Victorien FLEURY

2021-2022

AVERTISSEMENT

Cette recherche a fait appel à des lectures, enquêtes et interviews. Tout emprunt à des contenus d'interviews, des écrits autres que strictement personnel, toute reproduction et citation, font systématiquement l'objet d'un référencement.

L'auteur (les auteurs) de cette recherche a (ont) signé une attestation sur l'honneur de non plagiat.

Formation par la recherche, Projet de Fin d'Etudes en génie de l'aménagement et de l'environnement

La formation au génie de l'aménagement et de l'environnement, assurée par le département aménagement et environnement de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Tours, associe dans le champ de l'urbanisme, de l'aménagement des espaces fortement à faiblement anthropisés, l'acquisition de connaissances fondamentales, l'acquisition de techniques et de savoir faire, la formation à la pratique professionnelle et la formation par la recherche. Cette dernière ne vise pas à former les seuls futurs élèves désireux de prolonger leur formation par les études doctorales, mais tout en ouvrant à cette voie, elle vise tout d'abord à favoriser la capacité des futurs ingénieurs à :

- Accroître leurs compétences en matière de pratique professionnelle par la mobilisation de connaissances et de techniques, dont les fondements et contenus ont été explorés le plus finement possible afin d'en assurer une bonne maîtrise intellectuelle et pratique,
- Accroître la capacité des ingénieurs en génie de l'aménagement et de l'environnement à innover tant en matière de méthodes que d'outils, mobilisables pour affronter et résoudre les problèmes complexes posés par l'organisation et la gestion des espaces.

La formation par la recherche inclut un exercice individuel de recherche, le projet de fin d'études (P.F.E.), situé en dernière année de formation des élèves ingénieurs. Cet exercice correspond à un stage d'une durée minimum de trois mois, en laboratoire de recherche, principalement au sein de l'équipe Dynamiques et Actions Territoriales et Environnementales de l'UMR 7324 CITERES à laquelle appartiennent les enseignants-chercheurs du département aménagement.

Le travail de recherche, dont l'objectif de base est d'acquérir une compétence méthodologique en matière de recherche, doit répondre à l'un des deux grands objectifs :

- Développer toute ou partie d'une méthode ou d'un outil nouveau permettant le traitement innovant d'un problème d'aménagement
- Approfondir les connaissances de base pour mieux affronter une question complexe en matière d'aménagement.

Afin de valoriser ce travail de recherche nous avons décidé de mettre en ligne sur la base du Système Universitaire de Documentation (SUDOC), les mémoires à partir de la mention bien.

REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier l'encadrant de ce projet de fin d'études, M. Mindjid MAIZIA, pour avoir en premier lieu proposé ce sujet qui mêle thématique des transports et mathématiques, deux sujets qui m'intéressent beaucoup. Il a su me guider à travers tout le projet en me proposant de nouvelles solutions à mes problèmes. Son accompagnement ces deux dernières années m'a permis de renforcer mes connaissances et a bousculé ma manière de travailler du fait de la rigueur exigée. Je suis assez content du résultat final et il n'est pas étranger à cette satisfaction.

Merci également à ma camarade Chloé VALLON, qui, lors de nos discussions, a pu me donner des conseils de tout genre, que ce soit pour le développement du modèle ou pour la rédaction.

Finalement, merci à Côme GEOFFRAY qui m'a donné une piste d'amélioration ayant mené au développement de la dernière version de l'algorithme présenté dans ce rapport.

SOMMAIRE

Introduction.....	1
Enjeux et Question	2
Etat de l'art.....	2
Méthode.....	4
Application	7
Discussion.....	9
Analyse structurelle du modèle	9
Analyse numérique du modèle	9
Comparaison des résultats avec un autre travail de recherche	10
Conclusion	11
Bibliographie	12
Annexes : codes.....	14
Liste des variables	14
Version 1.....	14
Version 2.....	15
Version 3 (non décrite dans ce rapport)	16
Version 4 (finale)	18

TABLE DES FIGURES

Figure 1 Arbre binaire d'élimination de trajets (Source : Thomhave, 2021)	3
Figure 2 Graphe exemple	5
Figure 3 Graphe exemple n°2.....	6
Figure 4 Graphe exemple n°2 suite à la suppression d'arcs	6
Figure 5 Arbre binaire montrant le cheminement de l'algorithme	7
Figure 6 Cas d'application	8
Figure 7 Résultats du cas d'application	8
Figure 8 Exemples de chemins trouvés par l'algorithme	8
Figure 9 Résultats du cas d'étude en ne considérant que la pente	10
Figure 10 Résultats du cas d'étude en ne considérant que l'angle de virage.....	10

TABLE DES TABLEAUX

Tableau 1 Ensemble des chemins successifs calculés par l'algorithme	7
Tableau 2 Résultats statistiques des résultats du cas d'étude selon les contraintes appliquées	10

INTRODUCTION

Ce projet de recherche porte sur l'optimisation géométrique du tracé des transports en milieu urbain. Afin de mieux appréhender le sujet, il convient tout d'abord de définir ses différents termes.

Le mot central de cette formulation est le suivant : transports. Les transports représentent un ensemble de moyens et de techniques visant à un déplacement de marchandises ou de personnes entre un lieu d'origine et un lieu d'arrivée (Leurent, 2006). Seuls le moyen utilisé et l'itinéraire transparaissent à travers ce terme dénué de toute explication factuelle (Institut de Sociologie Urbaine, 1972). Traditionnellement, deux types de transports urbains s'opposent : les transports souterrains comme le métro et ceux de surface comme les tramways ou les bus (Labbouz, 2008). Ce projet se focalise uniquement sur les transports de surface.

Les transports collectifs suivent un tracé. On le définit comme une représentation par des lignes caractéristiques d'un dessin ou d'un plan d'ouvrage à réaliser. Il est dressé selon une projection horizontale qui peut prendre la forme d'une carte (SMTU, 2021). Dans le domaine des transports, un tracé exploite un réseau de voies de communication. C'est alors une succession de rues empruntées par le mode de transport choisi (Labbouz, 2008). Le tracé d'une ligne est traditionnellement opéré par l'ingénieur en charge du projet qui se base alors sur son expérience et son intuition (Vásquez-Méndez et al, 2021).

Ces deux définitions permettent d'appréhender l'objet sur lequel ce projet va se reposer. Les autres termes du sujet sont « optimisation » et « géométrique » et décrivent le type d'opération réalisé sur l'objet décrit. « Optimisation » provient du latin « optimum » qui signifie le meilleur. Il s'agit d'une action visant à trouver l'état le plus favorable, à faire les choses de la meilleure façon qui soit (Xhonneux, 2008). Optimiser suppose la connaissance d'un modèle mathématique au sein duquel on va maximiser ou minimiser un résultat. Le développement des méthodes d'optimisation et l'augmentation des capacités de calcul des machines encourage désormais à réaliser les différents choix de façon plus systématique et rigoureuse (Vásquez-Méndez et al, 2021). L'optimisation parfaite n'existe cependant pas, ce qui encourage la recherche sur ce domaine (Danchuk et al., 2017).

La géométrie est une branche des mathématiques. L'origine du mot vient de la réunion du préfixe géo (la terre) et du mot metrein (mesurer), donc qui mesure la terre. C'est une science s'intéressant aux relations entre des objets de toutes dimensions et appelant à la rigueur et à la précision. L'optimisation géométrique viserait donc à trouver les meilleures relations entre objets.

L'optimisation ne peut se faire qu'en présence de contraintes qui sont ici introduites par les formes urbaines. Cette expression évoque l'articulation entre les différents aménagements créés par l'homme (parcelles, axes de communication, espaces libres et espaces bâtis) à l'origine du tissu urbain (Levy, 2005 ; Collectivités Viabes, s.d.). Les transports urbains doivent donc évoluer dans un environnement qui n'a pas été imaginé pour faciliter leur passage. Ils sont de plus handicapés par leurs dimensions très importantes. Ils ne pourront ainsi pas emprunter le plus court chemin entre deux arrêts (Akgol et al., 2020) et devront réaliser des détours amenant à un serpentage des lignes (Zembri, 2012). Dans ce contexte, il est donc important d'engager une longue réflexion concernant la définition du meilleur tracé à suivre.

ENJEUX ET QUESTION

Durant la phase d'étude d'un projet de réalisation d'une nouvelle ligne de transports collectifs, la recherche du meilleur tracé possible peut prendre de longs mois de concertations. De nombreux éléments doivent être pris en compte. Parmi ceux-ci, deux utilités peuvent être nommées : la sécurité et la tolérance du passager envers le détour. Bien qu'elles soient opposées, elles partagent un objectif commun, celui de convaincre les citoyens d'une ville à prendre les transports en commun.

La sécurité est un facteur majeur dans le domaine des transports. Un mode de transport peu fiable n'encouragera pas d'éventuels usagers à l'emprunter. Bien que le nombre d'accidents en bus est bien plus faible que ceux en voiture, ils auront une portée médiatique plus importante, ce qui aura pour effet direct de ternir leur image. Wang et al. (2011) ont montré que 80% des accidents étaient liés aux caractéristiques de la route dont notamment sa géométrie. Celle-ci influence la perception du conducteur de bus qui risque d'être surpris par un tracé non approprié. Il peut ainsi éprouver des difficultés à emprunter une pente raide ou un virage trop serré (Khoo et al., 2018). Il est donc nécessaire de définir un tracé dont l'alignement horizontal, i.e. la courbure des virages, et l'alignement vertical, i.e. le degré des pentes, soit compatible avec les normes de sécurité inscrites dans les lois.

Un passager veut pouvoir se rendre d'une origine à une destination pour une durée de trajet minimum. Il dispose donc d'une tolérance envers les détours réalisés par une ligne de transport en commun. S'il considère qu'un chemin beaucoup plus court existe, il sera tenté de trouver une autre alternative pour se déplacer (Akgol et al., 2020). Il est donc important de planifier le tracé le plus direct possible entre chaque origine et destination. Cet aspect est confirmé par l'analyse menée par Khoo et al. (2018) qui a démontré le lien direct entre vitesse commerciale et courbure des virages. Assez logiquement, plus un virage est serré, plus un conducteur doit décélérer pour l'emprunter.

Les deux utilités se croisent donc dans la quête d'un tracé qui se veut à la fois sécuritaire et minimisant le nombre de détours. Cela équivaut donc à trouver le chemin le plus court entre deux arrêts qui respecte des contraintes de circulation imposées.

A la lumière de ses enjeux, la question suivante peut se poser :

« Est-il possible de déterminer pour tout couple d'origine-destination un chemin qui est à la fois le plus direct et respecte les contraintes de circulation des véhicules de transports en commun ? »

L'hypothèse de ce travail est qu'il existe un modèle mathématique recherchant le plus court chemin entre deux lieux à partir de contraintes imposées.

Ce travail s'inscrit dans un ensemble de recherches scientifiques qu'il est utile de préciser.

ETAT DE L'ART

De nombreux travaux en relation avec les transports ont été réalisés par la communauté scientifique internationale, notamment dans la définition de tracés. Parmi ceux-ci, figure les recherches de Vásquez-Méndez et al (2021). Ils ont ainsi développé un modèle mathématique qui sert à définir un nouveau tracé ferroviaire à partir d'une forme prédéfinie. Leur cas d'application se situe en milieu rural. De multiples contraintes sont introduites, d'ordre technique, géométrique ou topographique, comme le rayon de braquage du véhicule. L'alignement horizontal (à la surface) et vertical (altitude) sont pris simultanément en

compte. Le meilleur tracé est obtenu selon une optimisation économique comprenant le coût d'acquisition, de préparation du terrain et de construction. Le modèle est testé sur un terrain vierge, recréant ainsi le tronçon ferroviaire à remplacer, et sur le terrain d'étude. Le parcours obtenu est très satisfaisant puisque la pénalité induite par la rencontre avec un bâtiment est très faible et le coût économique final s'avère modéré. Ce premier travail introduit ainsi les notions d'optimisation, de géométrie de la voirie et de contraintes de circulation. Il vise néanmoins à la définition d'une nouvelle infrastructure quand notre projet se base sur le réseau routier et passe par une optimisation selon la distance de trajet.

Depuis le développement de l'algorithme de Dijkstra, plusieurs autres algorithmes ont été conçus afin de trouver le plus court chemin entre deux lieux au sein d'un réseau. Ceux-ci répondent à des problèmes reconnus. Dans le cas de la recherche du plus court chemin entre un ensemble de points à visiter une seule fois, il sera ainsi évoqué le problème du voyageur de commerce. La définition d'un tracé de transport en commun peut s'apparenter à la volonté de relier plusieurs arrêts et donc de répondre à ce problème. Il peut être ainsi introduit l'algorithme des colonies de fourmis exploité par Danchuk et Al. (2017) pour proposer une solution. Cet algorithme s'inspire du comportement des insectes. Lors de l'emprunt d'un chemin, ils déposent un taux de phéromone proportionnel à l'attrait de celui-ci, c'est-à-dire ici à sa longueur. La quantité de substance chimique varie dans le temps, ce qui conditionne le passage des fourmis. Chaque chemin va ainsi être exploré par une population de sujets et être évalué afin de finalement déterminer le chemin le plus court. Les auteurs de cet article proposent une modification de ce modèle mathématique en apportant l'évolution dynamique du trafic. Cela leur permet d'avoir des résultats probants selon les conditions de circulation. Le modèle présenté permet donc de déterminer un chemin qui traverse un ensemble de points. Il n'introduit cependant aucune contrainte : la prise en compte de la circulation ne se fait qu'en changeant la valuation des arcs.

Une sélection de chemins peut être faite afin de déterminer le plus court. Tomhave et Al. (2021) ont réalisé ce travail dans le cadre de leurs recherches. Leur objectif était de recréer le cheminement d'usagers des transports en commun pour se rendre d'un point A à un point B selon chaque profil. Ils partaient donc du postulat qu'une partie de la population ne choisissait pas le plus court chemin car celui-ci contenait de trop grandes durées d'attente. La première étape de leur raisonnement consiste en la génération de chemins intéressants à partir de l'algorithme de Dijkstra. Le plus court est déterminé dans un premier temps. Il sert ensuite au calcul d'autres trajets en supprimant une partie des nœuds et des arcs qu'il emprunte. Cette opération de suppression et de recherche est répétée jusqu'à avoir le nombre voulu de résultats. Les différentes étapes peuvent être résumées par un arbre binaire (voir **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**). Un filtrage des résultats est opéré en écartant les doublons et tous les trajets trop longs comparés au plus court. Cette ensemble de chemins est ensuite attribué à une population selon leur stratégie de déplacement. Le raisonnement mobilisé par ces auteurs pourrait être réutilisé dans le cadre de la détermination d'un tracé. Une différence entre leur travail et ce projet peut néanmoins être mise en avant. Le réseau qu'ils utilisent est constitué de lignes de bus, ce qui est à l'origine d'un trajet simplifié, quand un réseau routier est exploité ici, donnant des chemins constitués d'une dizaine d'arcs. De plus, la recherche de nouveaux chemins pourrait être orienté par le non-respect de contraintes.

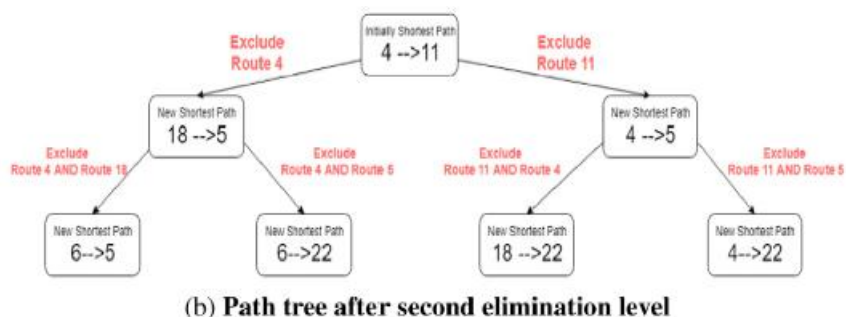


Figure 1 Arbre binaire d'élimination de trajets (Source : Thomhave, 2021)

Les contraintes de circulation peuvent émaner de la réglementation routière. Il s'agit d'un ensemble de règles qui ont été élaborées dans l'objectif de garantir la sécurité routière. Le travail de Khoo et al. (2018) sur la perception de la sécurité de passagers à bord d'un bus peut donc être mobilisé. Trois facteurs participant à l'occurrence d'accidents : le comportement du conducteur, le véhicule et l'environnement du trajet. Ce dernier comprend les conditions météorologiques, le tracé ainsi que l'état de la route. Différentes études scientifiques indiquent qu'une majorité des accidents sont directement ou indirectement liés aux caractéristiques de la route et de l'environnement. Il a été aussi montré qu'une sinuosité et une pente importante augmentaient la probabilité d'accident. Dans ce travail, différentes informations sont relevées à partir d'appareils de mesure ou de questionnaires avant qu'un traitement statistique ne soit fait. Différentes relations sont observées entre les différents facteurs. Parmi celles-ci, le type de véhicule a des effets directs sur de nombreux autres éléments comme le profil du conducteur, la pente, le rayon de virage ou le niveau de sécurité ressenti à bord. Il est également constaté que le rayon de courbure et la vitesse du véhicule évoluent de façon proportionnelle. Cela est logique car plus un virage est serré, plus il est nécessaire de décélérer. Ces différents constats permettent de mettre en lumière deux contraintes de circulation pour les bus : les virages et les pentes. Ces deux caractéristiques ont un effet sur la vitesse pratiquée et le niveau de sécurité ressenti par les passagers.

Prendre en compte des contraintes peut amener à l'émergence d'un résultat complètement différent d'un résultat calculé sans contrainte. Afin de contrôler la pertinence d'un résultat, il peut donc être intéressant d'établir une comparaison afin de statuer sur l'intérêt de l'existence d'une ligne de bus. C'est à partir de cette remarque que Akgol et al. (2020) ont réalisé leur travail. Pour eux, les détours effectués par les lignes de transports urbains rendent le voyage jusqu'à la destination pénible et long. Il est donc important qu'une ligne soit la plus rectiligne possible. La notion de rationalité mesure cette propriété. Dans un premier temps, celle-ci est calculée en comparant la distance euclidienne et la somme des distances réelles. Dans un second temps, une amélioration de la distance à vol d'oiseau est apportée de façon à ne pas fausser les résultats du fait de la présence de virages qu'un usager devra dans tous les cas suivre. Cette méthode permet donc de mesurer l'intérêt que peut porter un usager à une ligne de bus. Ces résultats peuvent être néanmoins faussés par la géométrie de la voirie en cas de routes sinueuses. Dans le contexte de ce projet de fin d'études, l'effet de l'application de contraintes sur le résultat final pourrait être ainsi évalué.

Cet état de l'art permet de préciser l'objectif de ce travail et sa finalité. Le but visé est de comparer la longueur du tracé obtenu en incluant les contraintes de circulation des transports collectifs avec celle d'un tracé ne les prenant pas en compte. La finalité du modèle mathématique développé dans ce projet de fin d'études prend la forme d'un taux de détour. Afin de déterminer les meilleurs chemins, le critère utilisé est la distance. Il est distingué deux types de transports collectifs : les bus et les tramways. Ces véhicules sont exposés à des contraintes induites par leur gabarit. Ils ont ainsi un rayon de braquage plus grand que celui d'un véhicule classique et ont besoin de plus de place pour effectuer une giration. De la même manière, ils ne vont pas pouvoir emprunter des routes avec une pente du profil en long trop importante. Certains axes routiers ne vont pas satisfaire à ces conditions. Les transports en commun doivent donc les éviter en réalisant un détour si nécessaire.

METHODE

La méthode décrite ci-dessous a pour objectif de déterminer un taux de détour pour lier une origine à une destination. La première étape consiste en la recherche de chemins avec et sans application de contraintes.

Les calculs sont réalisés à partir d'un graphe $G = (V, E)$ où V est l'ensemble des nœuds et E l'ensemble des arcs. Les deux contraintes présentées dans l'état de l'art, à savoir la pente et le rayon de courbure des virages, sont inclus. Afin de calculer le rayon de courbure R d'un virage, il est nécessaire de connaître la longueur Δs de l'arc de cercle et l'angle $\Delta \alpha$ que ses extrémités forment. Dans le cas de l'utilisation d'un graphe, ces

données ne sont pas disponibles. Il est ainsi utilisé l'angle du virage qui est calculé sur la base des coordonnées des nœuds formant les arcs. La valeur de l'angle d'un virage doit donc être supérieure à la valeur de référence tandis que celle de la pente doit être inférieure à la référence.

La méthode développée ci-dessous permet de déterminer le plus court chemin entre une origine et une destination qui respecte les contraintes de circulation des transports en commun. L'algorithme du plus court chemin A* est donc mobilisé. Son fonctionnement est semblable à l'algorithme de Dijkstra dont il est issu : il parcourt une multitude de nœuds afin de tracer un chemin entre une origine et une destination. Pour chaque nœud visité, les calculs se décomposent en deux phases. La première phase consiste en l'exploration des nœuds voisins, c'est-à-dire reliés au nœud visité. Il est récupéré la plus courte distance depuis le nœud de départ pour aller à chaque nœud voisin. La deuxième phase consiste au choix du prochain nœud à visiter. Ces deux phases sont répétées jusqu'à l'arrivée au nœud de destination.

Les contraintes peuvent être ajoutées lors de la phase d'exploration. Si pour rejoindre un nœud voisin, la route y menant présente une pente trop importante ou cela implique de prendre un virage trop serré (angle de virage faible) alors la distance au nœud voisin n'est pas mise à jour et il est donc impossible de s'y rendre en passant par ce chemin.

Ce premier algorithme vérifie lors de la visite de nœuds si les contraintes sont vérifiées. Il est ainsi certain que les résultats retournés les respectent. Il est donc possible qu'aucune solution pour relier un couple de nœuds ne soit trouvé. Par définition, A* ne garde que la longueur du chemin le plus court reliant l'origine à chaque point. Or, il est parfois nécessaire d'aborder un nœud de façon différente afin d'avoir un angle de virage supérieur à la valeur minimale.

Soit l'exemple ci-contre. Le trajet entre 1 et 5 est désiré. Le nœud 2 est exploré et le trajet direct 1-2 est mémorisé pour le rejoindre. Or, l'angle formé par les arcs (1, 2) et (2, 5) est trop aigu pour respecter la contrainte. L'algorithme ne pourra pas explorer la solution consistant à passer par tous les nœuds (1-4-3-2-5) alors qu'il s'agit de la meilleure car le trajet le plus court pour rejoindre le nœud 2 sera toujours le trajet direct.

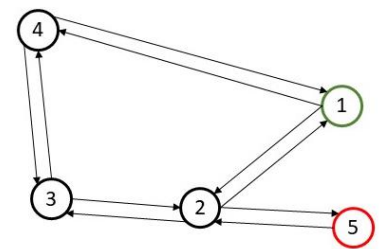


Figure 2 Graphe exemple

Pour éviter ce cas de figure, un arc peut être retiré dès qu'il ne respecte pas une contrainte. Cela est facile à mettre en place lorsque la contrainte non respectée est la pente. Dans l'autre cas, un choix doit être fait : lequel des deux arcs formant un virage trop serré enlever ? Il est fait l'hypothèse que retirer l'arc précédant le virage permet de résoudre le problème.

Une deuxième version de l'algorithme est ainsi élaborée. Les parties recherche de chemin et vérification des contraintes sont séparées. Cela empêche la suppression inutile d'un grand nombre d'arcs. Une fonction récursive va donc chercher des chemins et les analyser jusqu'à trouver le premier respectant les contraintes imposées. Les arcs présentant une pente trop importante ou précédant un virage trop serré vont être ainsi supprimés.

Cette nouvelle solution permet donc de remédier à la limite observée pour la première version de l'algorithme. Cela peut être constaté en reprenant l'exemple de la Figure 2. L'angle du virage formé par les arcs (1,2) et (2,5) est trop aigu. Comme il précède le virage, l'arc (1,2) est supprimé. Il ne reste alors que le chemin passant par tous les nœuds pour arriver au nœud 5, et la bonne solution est donc trouvée. Il s'agit cependant d'un cas particulier qui fonctionne et en prenant un graphe plus grand, il est démontrable que cette deuxième méthode n'est pas généralisable.

Soit le graphe de la Figure 3. Le trajet entre les nœuds 4 et 1 est désiré. Sans application de contraintes, plusieurs chemins sont possibles : 4-7-6-1, 4-5-2-1 ou encore 4-3-2-1. Cependant, ils comportent des virages en épingle : $(\widehat{4,7,6})$, $(\widehat{4,5,2})$ et $(\widehat{4,3,2})$. Cela mène donc à la suppression des arcs (4,7), (4,5) et (4,3) et ainsi au graphe de la Figure 4. Le chemin optimal semble donc être 4-10-3-2-1. Cependant, en observant le graphe

de la Figure 3, un autre chemin semble possible : 4-7-11-1. Celui-ci est bien plus court que le chemin déterminé par l'algorithme. Il n'a pas été trouvé car l'arc (4,7) a été éliminé. Supprimer l'arc précédent un angle de virage trop faible n'est donc pas la meilleure manière de faire.

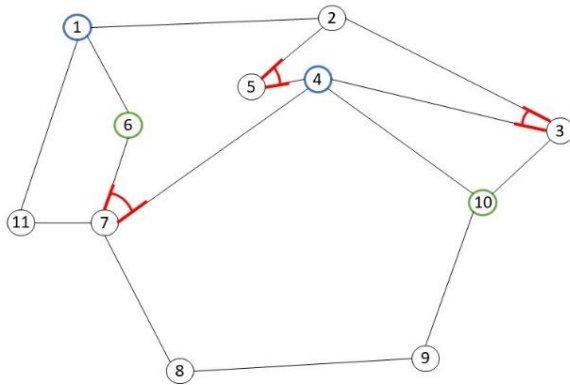


Figure 3 Graphe exemple n°2

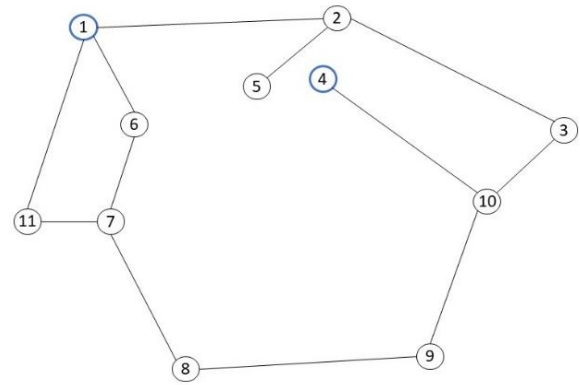


Figure 4 Graphe exemple n°2 suite à la suppression d'arcs

Il peut donc être considéré la possibilité de supprimer l'arc suivant un virage. Cela mènera cependant aux mêmes résultats. Il suffit d'inverser origine et destination dans l'exemple pris précédemment. Pour relier le nœud 1 à 4, le virage formé par les nœuds 6, 7 et 4 va poser problème et cela va amener à la suppression de l'arc (4,7). Le plus court chemin (1,11,7,4) ne pourra alors pas être trouvé.

Ainsi, il semble que devoir choisir en amont quel arc supprimer entre celui précédant et celui suivant un virage n'est pas la meilleure idée. Il conviendrait plutôt de tester toutes les possibilités. Cela peut être fait à travers la construction d'arbre binaire. Il s'agit d'une construction informatique sous forme de graphe acyclique qui permet de structurer hiérarchiquement des données (Roche, s.d. ; Essaddouki, 2019). Être binaire signifie qu'au maximum deux branches partent d'un nœud. Le premier nœud s'appelle la racine. A la manière de Tomhave et Al. (2021), la construction d'un tel arbre peut servir à indiquer les arcs à supprimer au fur et à mesure de l'avancement de l'algorithme. Descendre dans l'arc signifie donc enlever des arcs tandis que remonter en rajoute.

Un nouvel algorithme a donc été élaboré. Comme pour la version précédente, il est décomposé en deux fonctions. Lors de la vérification des contraintes, plusieurs cas de figures vont se détacher :

- Si le chemin comporte un virage non empruntable, deux branches filles sont ajoutées. Celle de gauche va indiquer la suppression de l'arc précédent tandis que celle de droite fera de même pour l'arc suivant le virage. La branche gauche est explorée et l'arc correspondant est ainsi supprimé.
- Si la recherche de chemin ne donne aucun résultat, l'algorithme remonte dans l'arbre pour trouver la première branche fille droite non explorée en rajoutant certains arcs.
- Si le chemin trouvé respecte les contraintes imposées, sa composition et sa longueur sont enregistrées. L'algorithme remonte dans l'arbre pour trouver la première branche fille droite non explorée en rajoutant certains arcs.

Ces étapes sont répétées jusqu'à la remontée de l'algorithme à la racine, ce qui signifie que toutes les branches, i.e. les possibilités, ont été explorées. Les longueurs des chemins trouvés sont comparées pour trouver la plus petite : il s'agit du résultat final.

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de cet algorithme, un exemple est mobilisé. Au sein du graphe de la Figure 3, soit le nœud 6 être le départ et le nœud 10 l'arrivée. Le Tableau 1 indique les différents chemins calculés tandis que la Figure 5 schématise l'arbre créé.

Tableau 1 Ensemble des chemins successifs calculés par l'algorithme

	Arcs supprimés	Chemin trouvé	Longueur du chemin	Vérification des contraintes
Chemin 1	∅	6 – 7 – 4 – 10	0,898 km	Angle de virage ($\widehat{6,7,4}$) trop aigu
Chemin 2	(6, 7)	6 – 1 – 2 – 5 – 4 – 10	1,276 km	Angle de virage ($\widehat{2,5,4}$) trop aigu
Chemin 3	(6, 7), (2, 5)	6 – 1 – 2 – 3 – 10	1,284 km	Chemin compatible
Chemin 4	(6, 7), (5, 4)	6 – 1 – 2 – 3 – 10	1,284 km	Chemin compatible
Chemin 5	(7,4)	6 – 7 – 8 – 9 – 10	1,237 km	Chemin compatible

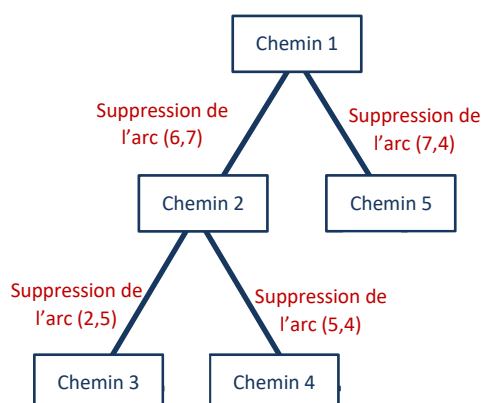


Figure 5 Arbre binaire montrant le cheminement de l'algorithme

Les différentes solutions crédibles sont ainsi explorées et deux d'entre elles sortent du lot : le chemin 3 / 4 et le chemin 5. Leurs longueurs sont comparées, ce qui permet de désigner le second comme le meilleur.

Cette méthode permet donc de trouver le meilleur trajet parmi tous ceux respectant les contraintes. Il peut être évalué en le comparant avec un résultat déterminé sans aucune contrainte. Le rapport des longueurs des deux chemins donne ainsi le taux de détour.

APPLICATION

La métropole de Tours est utilisée comme cas d'étude. L'extraction des nœuds et des arcs se fait à partir de la couche ShapeFile du réseau routier tourangeau obtenue grâce à l'IGN. Un réseau de 24 000 nœuds et de 62 000 arcs est donc créé. Il est tiré au hasard une trentaine de couples de nœuds. Pour chaque couple d'origine / destination, il est calculé deux itinéraires. Le premier ne comprend aucune contrainte. Le second voit les valeurs de pente maximale du profil en long et d'angle de courbure minimal valoir respectivement 10% et 30°. Ces valeurs ont été prises de manière à permettre de déterminer le tracé optimal pour un tramway.

Une condition d'arrêt de recherche de chemin a été apportée. La hauteur de l'arbre est fixé à six, ce qui veut dire qu'il ne peut y avoir que six nœuds maximums sur un chemin reliant la racine aux nœuds les plus profonds. Cinq arcs maximums peuvent donc être éliminés à la fois pour calculer un chemin.

L'algorithme a donc été exécuté. Plusieurs observations peuvent être faites à partir des résultats. Tout d'abord, il a été impossible pour un couple de points de trouver un chemin respectant les contraintes. Ensuite, 9 chemins sont identiques que les contraintes soient inclus ou non, ce qui représente 26% des résultats. La moyenne du taux de détour est de 1,048 quand la médiane est égale à 1,017. Finalement, la valeur maximale du taux de détour est de 1,527.

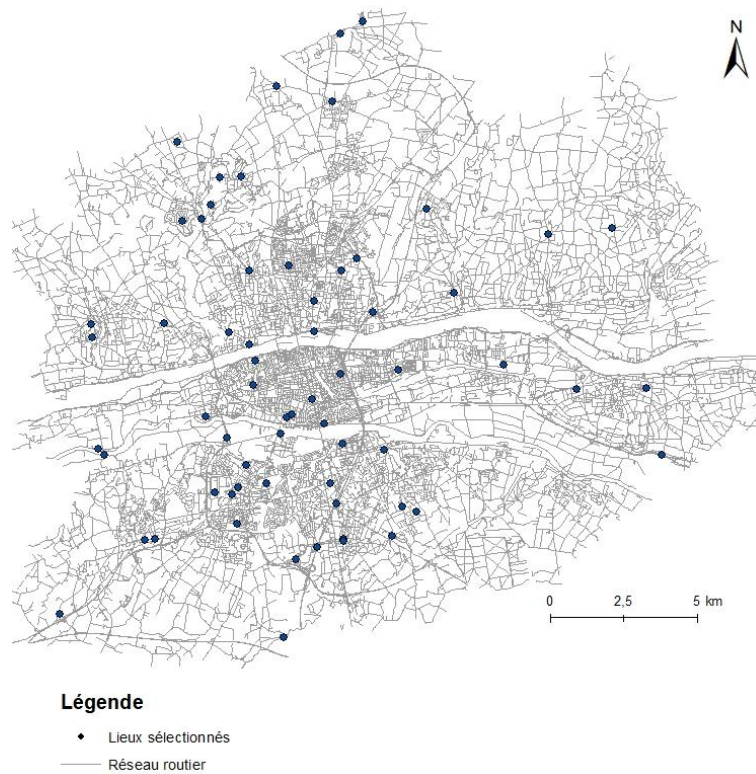


Figure 6 Cas d'application

Ainsi, une majorité (74%) des chemins trouvés au premier abord ne satisfont pas les contraintes, ce qui induit la nécessité de recalculer d'autres chemins. Des alternatives crédibles sont néanmoins possibles, comme en témoigne la faible moyenne du taux de détour. Ces résultats doivent être tempérés par le faible échantillon pris en considération.

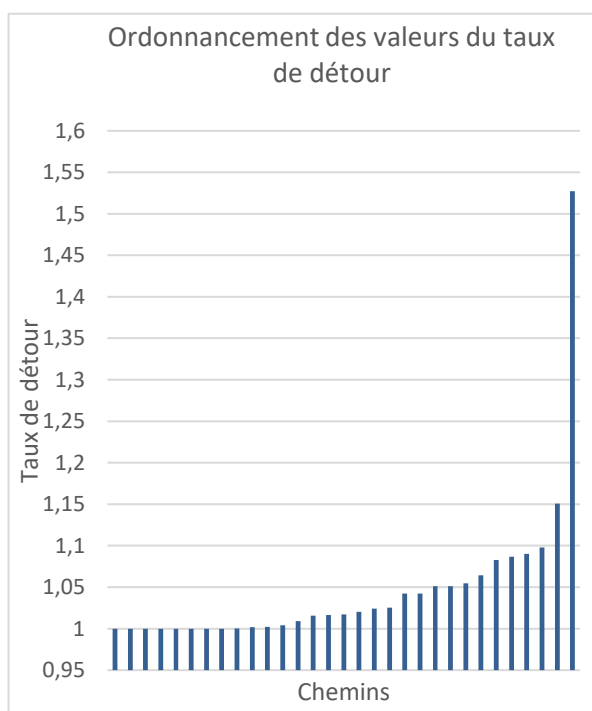


Figure 7 Résultats du cas d'application

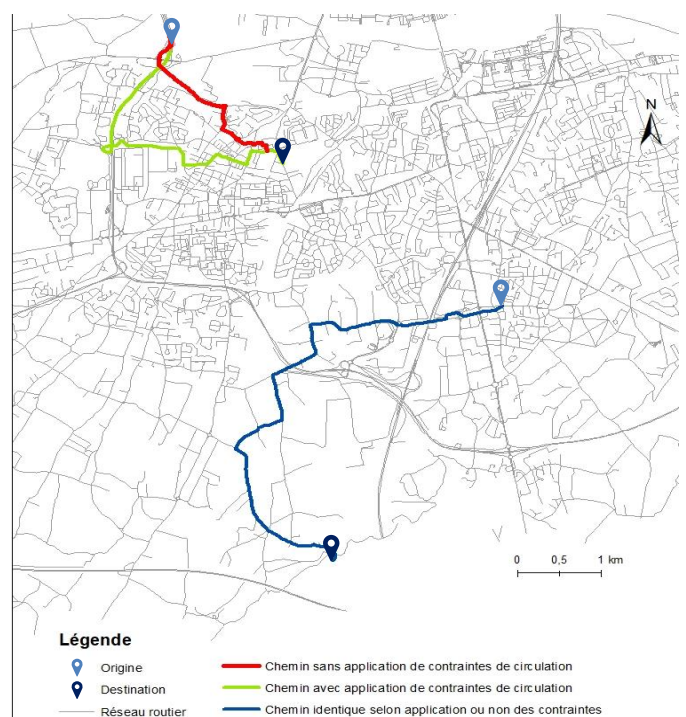


Figure 8 Exemples de chemins trouvés par l'algorithme

Les chemins obtenus en tant que solutions peuvent être représentés graphiquement. Soit donc sur la carte XX deux exemples. Pour le premier couple d'origine / destination, l'application de contraintes ne change pas le résultat. Le trajet est en effet assez rectiligne et comporte peu de virages. Le second exemple est indiqué par les tracés rouge et vert. Le rouge est le chemin déterminé sans application de contraintes. Celui-ci emprunte une bretelle d'autoroute en sens inverse, ce qui implique de faire un virage en épingle (situation non possible en réalité). Il est donc nécessaire de calculer un autre chemin pour respecter les contraintes de circulation imposées. Cela donne le chemin vert qui est donc moins direct puisqu'il implique un taux de détour de 1,5.

DISCUSSION

Il est difficile de réellement apprécier les résultats obtenus. Une analyse structurelle (à partir des formules) et numérique (à partir des variables exogènes) peut donc être menée.

Analyse structurelle du modèle

Structurellement, la valeur du taux de détour sera forcément supérieure à 1. En effet, le chemin prenant en compte les contraintes de circulation verra sa longueur être inévitablement supérieure à celle d'un autre sans contrainte car il s'agit du plus court.

Une simplification apportée dans ce modèle peut avoir un effet sur les résultats obtenus. L'état de l'art a montré qu'il n'était pas aisé pour un conducteur de transport en commun d'emprunter un virage ayant un rayon de courbure trop faible. Cela est lié avec les caractéristiques techniques des véhicules. Face à la difficulté d'obtention du rayon de courbure, il a été fait le choix de considérer plutôt l'angle de courbure calculé grâce à la formule d'Al Kashi. Celle-ci utilise la longueur des arcs et une distance euclidienne entre les deux extrémités de l'angle. Dans un réseau avec un maillage fin, les arcs et nœuds récréent assez fidèlement le réseau routier réel et le calcul de l'angle donne un résultat assez fidèle à la réalité. Cependant, si un arc est légèrement courbé et qu'ainsi sa longueur réelle est différente de celle calculée avec la méthode euclidienne, alors Al Kashi n'est plus applicable. La formule nous donnera des valeurs d'angles faussées, ce qui aura un effet sur le résultat final : certains arcs pourraient être supprimés ou gardés à tort.

Analyse numérique du modèle

Le réseau utilisé en entrée a un effet important sur le résultat obtenu. Deux exemples peuvent être confrontés pour mettre en lumière ce constat. Soit d'un côté le réseau routier d'un centre-ville et de l'autre celui d'un espace rural. Le premier présente un maillage très fin avec une multitude de rues formant un quadrillage tandis que le second est constitué de quelques routes se croisant et ne formant que peu d'intersections. Ainsi, dans le premier cas, il est aisé de trouver une autre alternative à un chemin non empruntable par un véhicule de transport en commun en prenant une route parallèle. Il y a également plus de chemins non compatibles dans le sens où le maillage des rues n'a souvent pas été réfléchi pour de tels véhicules. Cela explique pourquoi, dans notre cas d'étude, une majorité des trajets diffère en fonction de l'application ou non de contraintes. Dans le second cas, il peut être très pénalisant de ne pas pouvoir emprunter une route en particulier, les intersections pouvant être séparées par des centaines ou des milliers de mètres. Les valeurs de taux de détour pourraient donc grandement différer entre ces deux cas, avec des valeurs plus petites dans le premier cas que dans le second.

Les autres paramètres agissant sur le modèle sont la pente maximale et l'angle de courbure minimal. Afin d'observer l'influence de ces deux variables sur les résultats finals, elles ont été testées une à une pour la recherche de chemins. Ainsi, les chemins entre les couples d'origine / destination ont été calculés en ne

prenant en compte que l'angle des virages puis en ne prenant en compte que la pente. Les résultats sont donnés dans le Tableau 2.

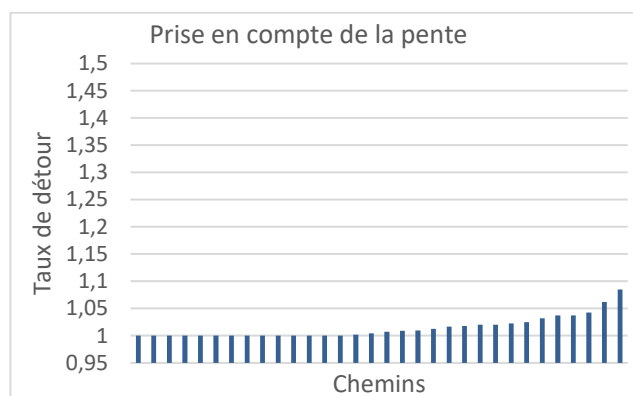


Figure 9 Résultats du cas d'étude en ne considérant que la pente

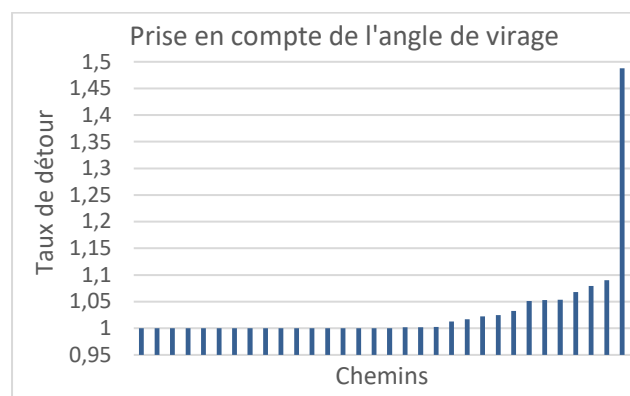


Figure 10 Résultats du cas d'étude en ne considérant que l'angle de virage

Tableau 2 Résultats statistiques des résultats du cas d'étude selon les contraintes appliquées

Contrainte mobilisée	Pente	Virage	Pente et virage
Moyenne	1,014	1,031	1,048
Valeur maximale	1,085	1,488	1,527
Ecart-type	0,204	0,087	0,208
Médiane	1,006	1	1,017
Nombre de chemins identiques que la contrainte soit appliquée ou non	13	16	8

En observant les données, il est intéressant d'observer que la pente est, en terme de nombre de trajets, la première cause de détour. Cependant, de plus grands détours sont observés en cas de virage incompatible comme le montre la comparaison des moyennes. L'écart-type est également plus grand quand cette contrainte est mobilisée, ce qui indique que les résultats sont plus dispersés. A partir de ces constats, il peut donc être dit que l'angle de virage est le paramètre qui va faire plus grandement augmenter la valeur du taux de détour.

Comparaison des résultats avec un autre travail de recherche

L'objectif de ce projet de fin d'études est de déterminer un chemin prenant en compte les contraintes de circulation et de le comparer à un chemin de référence. Il peut se rapprocher de ce qui a été fait dans l'article de Akgol et al. (2020) à partir de la rationalité de tracés de bus urbains. Leur méthode compare distance réelle et distance euclidienne. Des valeurs oscillant entre 1 pour les chemins les plus rectilignes et 3 pour les chemins les moins directs ont été ainsi trouvées. Utiliser la rationalité permet donc d'analyser le tracé des lignes de bus pour un temps de calcul réduit. Cependant, comme les auteurs l'ont eux-mêmes relevé, les scores de rationalité vont grandement dépendre de la géométrie du réseau routier. Si celui-ci implique la réalisation d'un plus grand nombre de détours alors la rationalité augmente. Utiliser cette notion n'est alors plus cohérent.

La méthode développée donne un ensemble de résultats dont l'étendue statistique est moins grande. Cela est dû au fait que la longueur du tracé de transport en commun est comparée avec celle trouvée grâce à une application sans contrainte. Le résultat final semble refléter plus la réalité. Cependant, il est bien plus long à déterminer car il implique plus de calculs de chemins.

CONCLUSION

Le projet présenté prend racine au sein d'un enjeu de recherche d'un tracé de transport en commun à la fois sécuritaire et assez direct pour satisfaire les désirs des usagers. Son objectif a donc été de proposer un modèle capable de déterminer les plus courts chemins selon des contraintes de circulation : la pente et la courbure des virages. Face à la difficulté d'obtention de cette dernière, l'angle de virage a été introduit. Trois premières versions de l'algorithme ont été testées, donnant ainsi des résultats exploitables. Cependant, il a été démontré par des contre-exemples qu'elles ne permettaient pas de trouver le meilleur trajet pour tous les cas possibles. Une dernière version a donc été développée en se basant sur la théorie des arbres binaires. Elle recherche plusieurs chemins en supprimant les arcs susceptibles de poser problème pour finalement sélectionner le plus court. Cet algorithme est donc appelé deux fois pour comparer les résultats trouvés avec et sans application des contraintes. Un indicateur a été construit dans ce sens, le taux de détour, en mettant en perspective la longueur des trajets obtenus.

Le réseau routier de la métropole de Tours a été pris en exemple. Une trentaine d'origines et de destinations ont ainsi été désignées au hasard. Il en a résulté un temps d'exécution très long. Le chemin respectant les contraintes de circulation pouvait selon les cas être le même ou être 1,5 fois plus long que celui ne les respectant pas. Cependant, en moyenne, le taux de détour ne valait que 1,048, ce qui montre le grand nombre de chemins alternatifs possibles en milieu urbain. Des calculs complémentaires ont montré que des virages non compatibles avec le rayon de braquage des véhicules tendaient à allonger de façon importante la longueur d'un chemin bien que la pente soit le premier critère de détour.

La première limite de la méthode élaborée dans ce projet est donc son temps d'implémentation. Cela est dû à la nature de l'algorithme de recherche de chemin utilisé. En effet, l'algorithme A^* qui a été développé sur la même base que l'algorithme de Dijkstra est NP-complet. Cela veut donc dire que son temps d'implémentation ne varie pas de façon linéaire selon le nombre de nœuds en entrée mais suit une courbe exponentielle. Ainsi, plus le réseau utilisé est grand, plus le temps de calcul sera important. Cela bloque théoriquement l'utilisation d'un tel modèle sur des villes de plus grande taille. Une piste d'amélioration pourrait consister en l'utilisation d'autres algorithmes comme celui des colonies de fourmis décrit par Danchuk et Al. (2017).

Les données d'entrée pourraient également être améliorées de façon à prendre en compte le rayon de courbure réel. Cela permettrait d'avoir des résultats crédibles en tout cas. De la même manière, les contraintes devraient être vérifiées non uniquement entre deux intersections mais sur toute la longueur d'une route. Cela permettrait de connaître sa sinuosité ou sa dénivellation à chaque mètre et l'écarter automatiquement en cas de présence de lacets non empruntables par les transports en commun. Cet ajout de données pourrait se faire à l'aide de SIG ou de mesures de terrain.

Bibliographie principale

Akgol K., Guany B., Eldemir F., Samasti M. (2020). A new method to measure the rationalities of transit route layouts. *Case Studies on Transport Policy*, Vol. 8, pp. 1518-1530.
<https://doi.org/10.1016/j.cstp.2020.11.002>

Danchuk V., Bakulich O., Svatko V. (2017). An Improvement in ant Algorithm Method for Optimizing a Transport Route with Regard to Traffic Flow. *Procedia Engineering*, Vol. 187. pp 425-434.
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.04.396>

Khoo H. L., Ahmed M. (2018). Modeling of passengers' safety perception for buses on mountainous roads. *Accident Analysis & Prevention*, Vol. 113. Pp 106-116.
<https://doi.org/10.1016/j.aap.2018.01.025>

Tomhave B., Khani A. (2022). Refined choice set generation and the investigation of multi-criteria transit route choice behavior. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 155. pp 484-500,
<https://doi.org/10.1016/j.tra.2021.11.005>.

Vázquez-Méndez M.E., Casal G. Castro A., Santamarina D. (2021). Optimization of an urban railway bypass. A case study in A Coruña-Lugo line, Northwest of Spain. *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 151,
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106935>

Bibliographie additionnelle

Collectivités Viables (s.d.). Forme Urbaine. Consulté le 17/04 sur collectivitesviables.org/sujets/forme-urbaine.aspx

Essaddouki M. (2019). Introduction aux arbres binaires. Développement-informatique.com. Consulté le 20/01 sur <https://developpement-informatique.com/article/169/introduction-aux-arbres-binaires>

Institut de Sociologie Urbaine (1972). Aspects sociologiques du transport. Ministère de la transition écologique et solidaire.
<http://temis.documentation.developpement-durable.gouv.fr/docs/Temis/0002/Temis-0002965/4926.pdf>

Labbouz S. (2008). Le choix du tracé d'une ligne de transport en commun en site propre et de la position de sa plateforme en milieu urbain : l'utilisation des outils mathématiques au service de la concertation [Thèse de doctorat, Paris Est]. Thèses.fr. <http://www.theses.fr/2008PEST0266>

Leurent F. (2006). Modélisation de la demande de transport. Généralités. [ENPC Laboratoire Ville Mobilité Transport]. Educnet.
https://educnet.enpc.fr/pluginfile.php/7895/mod_resource/content/0/MOTRA_Generalites.pdf

Levy, A. (2005). Formes urbaines et significations : revisiter la morphologie urbaine. *Espaces et sociétés*, 3(3), 25-48. <https://doi.org/10.3917/esp.122.0025>

Roche D. (s. d.). Structure de données : les arbres. Pixees. Consulté le 20/01 sur https://pixees.fr/informatiquelycee/n_site/nsi_term_structDo_arbre.html

SMTU. (2021). Glossaire. Syndicat Mixte des Transports Urbains du Grand Nouméa. Consulté le 17/04 sur <https://www.smtu.nc/glossaire-388.html>

Wang, Y.-g., Huang, S.-s., Xiang, W.-s., Pei, Y.-l. (2011). Multipattern road traffic crashes and injuries: a case study of Xi'an City. *Acta Polytech. Hung.* Vol.8, No. 4, pp. 171–181, http://acta.uni-obuda.hu/Wang_Huang_Xiang_Pei_30.pdf

Xhonneux S. (2008). Perception de l'optimisation en mathématiques et en économie au fil des siècles et l'enseignement du théorème de Lagrange. APMEP. <https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Lu-33-Xhonneux-LaRochelle.pdf>

Zembri P. (2012). La conception des transports collectifs en site propre (TCSP) en France : des tracés problématiques ?. *Revue Géographique de l'Est*, 52(1-2). <https://doi.org/10.4000/rge.3603>

Liste des variables

Variables exogènes :

V = ensemble des nœuds

E = ensemble des arcs

I = nœud de départ, $I \in V$

J = nœud d'arrivée, $J \in V$

C_V = coordonnées (x,y,z) des nœuds de l'ensemble V

L_E = vecteur indiquant la longueur des arcs de l'ensemble E

P = pente maximale du profil en long acceptée selon le type de véhicule choisi

θ = angle minimal entre deux arcs accepté selon le type de véhicule choisi

Variables endogènes :

Matrices et vecteurs :

F = liste de nœuds restant à visiter

S = vecteur indiquant pour chaque nœud visité quel est son antécédent

D = vecteur indiquant la distance réelle entre le nœud d'origine I et les autres nœuds

Δ = matrice indiquant la distance euclidienne entre deux nœuds

T = liste de successeurs possibles

Scalaires dont la valeur change dans des boucles :

N = chaque nœud de l'ensemble V ($N \in V$)

O = nœud visité (courant), ($O \in V$)

A = avant-dernier nœud du chemin liant I à O ($A \in V$)

B = nœud voisin de O n'ayant pas été visité ($B \in V$)

D_m = sert à retrouver le nœud à plus courte distance lors de la recherche du prochain nœud à visiter

K = nœud candidat pour être visité parmi la liste de successeurs ($K \in V$)

Variable finale :

D = distance entre les nœuds I et J

Version 1

Initialisation :

Pour chaque $N \in V$ faire :

$$D(N) = \infty$$

$$O = I$$

$$D(I) = 0$$

Traitement :

Tant que $O \neq J$ faire:

Pour chaque $B \in V$ tel qu'il existe un arc OB avec $B \in F$ faire :

#Vérification des contraintes

$$A = S(O)$$

$$\Delta(A, B) = \sqrt{(C_V(B, 1) - C_V(A, 1))^2 + (C_V(B, 2) - C_V(A, 2))^2}$$

$$\text{Si } 100 \times \frac{C_V(B, 3) - C_V(O, 3)}{L_E(OB)} < P \text{ et } \arccos\left(\frac{L_E(AO)^2 + L_E(OB)^2 - \Delta(A, B)^2}{2 \times L_E(AO) \times L_E(OB)}\right) > \theta \text{ alors :}$$

Si $D(O) + L_E(OB) < D(B)$ **alors** :

#Mise à jour des distances pour aller aux nœuds voisins

$$D(B) = D(O) + L_E(OB)$$

$$S(B) = O$$

Si $B \notin T$ **alors** :

#Ajout dans la liste de successeurs

$$T = T \cup \{B\}$$

$$\Delta(B, J) = \sqrt{(C_V(B, 1) - C_V(J, 1))^2 + (C_V(B, 2) - C_V(J, 2))^2}$$

#Détermination du prochain nœud à visiter

$$D_m = \infty$$

Pour chaque $K \in T$ **faire** :

Si $D(K) + \Delta(K, J) < D_m$ **alors** :

$$D_m = D(K) + \Delta(K, J)$$

$$O = K$$

$$T = T \setminus \{O\}$$

$$F = F \setminus \{O\}$$

Il est ainsi obtenu d_v , la distance du tracé sans application de contraintes de circulation (pente P et angle de virage θ) puis d_c , la distance du tracé prenant en compte les contraintes.

Finalité du modèle : Taux de détour $\delta = \frac{d_c}{d_v}$

Version 2

Algorithme *aStar*

Initialisation :

$$Ec = E$$

$$O = I$$

$$D(I) = 0$$

Pour chaque $N \in V$ **faire** :

$$D(N) = \infty$$

Traitement :

Tant que $O \neq J$ **faire**:

Pour chaque $B \in V$ tel qu'il existe un arc $OB \in Ec$ avec $B \in F$ **faire** :

Si $D(O) + L_E(OB) < D(B)$ **alors** :

#Mise à jour des distances pour aller aux nœuds voisins

$$D(B) = D(O) + L_E(OB)$$

$$S(B) = O$$

Si $B \notin T$ **alors** :

#Ajout dans la liste de successeurs

$$T = T \cup \{B\}$$

$$\Delta(B, J) = \sqrt{(C_V(B, 1) - C_V(J, 1))^2 + (C_V(B, 2) - C_V(J, 2))^2}$$

#Détermination du prochain nœud à visiter

$$D_m = \infty$$

Pour chaque $K \in T$ **faire** :

Si $D(K) + \Delta(K,J) < D_m$ **alors** :
 $D_m = D(K) + \Delta(K,J)$
 $O = K$
 $T = T \setminus \{O\}$
 $F = F \setminus \{O\}$
Retourner S

Algorithme *check_constraints(Ec)*

1. $S = aStar(Ec)$
2. $B = J$
3. $O = S(B)$
4. Tant que $O \neq I$:
5. $A = S(O)$
6. $\Delta(A, B) = \sqrt{(C_V(B, 1) - C_V(A, 1))^2 + (C_V(B, 2) - C_V(A, 2))^2}$
7. **Si** $100 \times \frac{C_v(B,3) - C_v(O,3)}{L_E(OB)} > P$ **alors** :
8. $Ec = Ec \setminus (OB)$ #on retire l'arc OB
9. **Retourner** *check_constraints(Ec)*
10. **FinSi**
11. **Sinon Si** $\arccos\left(\frac{L_E(AO)^2 + L_E(OB)^2 - \Delta(A,B)^2}{2 \times L_E(AO) \times L_E(OB)}\right) < \theta$ **alors** :
12. $Ec = Ec \setminus (AO)$ #on retire l'arc AO
13. **Retourner** *check_constraints(Ec)*
14. **FinSi**
15. **Sinon**
16. $B = O$
17. $O = A$
18. **FinSinon**

Version 3 (non décrite dans ce rapport)

Ec = matrice d'adjacence modifiée au sein de l'algorithme
 Lc_E = matrice de valuation modifiée au sein de l'algorithme
 $k \in N$ = scalaire s'ajoutant à la valuation d'un arc

Algorithme *aStar*

Initialisation :

$Ec = E$
 $O = I$
 $D(I) = 0$
Pour chaque $N \in V$ **faire** :
 $D(N) = \infty$

Traitement :

Tant que $O \neq J$ **faire**:

Pour chaque $B \in V$ tel qu'il existe un arc $OB \in Ec$ avec $B \in F$ **faire** :

Si $D(O) + Lc_E(OB) < D(B)$ **alors** :
 #Mise à jour des distances pour aller aux nœuds voisins
 $D(B) = D(O) + Lc_E(OB)$

$S(B) = O$
Si $B \notin T$ **alors** :
 #Ajout dans la liste de successeurs
 $T = T \cup \{B\}$
 $\Delta(B, J) = \sqrt{(C_V(B, 1) - C_V(J, 1))^2 + (C_V(B, 2) - C_V(J, 2))^2}$

 #Détermination du prochain nœud à visiter
 $D_m = \infty$
Pour chaque $K \in T$ **faire** :
 Si $D(K) + \Delta(K, J) < D_m$ **alors** :
 $D_m = D(K) + \Delta(K, J)$
 $O = K$
 $T = T \setminus \{O\}$
 $F = F \setminus \{O\}$
Retourner S

Algorithme *check_constraints(Ec)*

1. $S = aStar(Ec)$
2. $B = J$
3. $O = S(B)$
4. Tant que $O \neq I$:
5. $A = S(O)$
6. $\Delta(A, B) = \sqrt{(C_V(B, 1) - C_V(A, 1))^2 + (C_V(B, 2) - C_V(A, 2))^2}$
7. **Si** $100 \times \frac{C_v(B,3) - C_v(O,3)}{L_E(OB)} > P$ **alors** :
8. $Ec = Ec \setminus (OB)$ #on retire l'arc OB
9. **Retourner** *check_constraints(Ec, Lc_E)*
10. **FinSi**
11. **Sinon Si** $\arccos(\frac{L_E(AO)^2 + L_E(OB)^2 - \Delta(A,B)^2}{2 \times L_E(AO) \times L_E(OB)}) < \theta$ **alors** :
12. $L_{cE}(AO) = L_{cE}(AO) + k$ #on modifie la valuation de l'arc
 $L_{cE}(OB) = L_{cE}(OB) + k$
13. **Retourner** *check_constraints(Ec, Lc_E)*
14. **FinSi**
15. **Sinon**
16. $B = O$
17. $O = A$
18. **FinSinon**

Version 4 (finale)

D_I_J = vecteur contenant la longueur de chaque chemin trouvé
P_I_J = tableau de cellule contenant les nœuds composant un chemin
d_I_J = distance d'un chemin
p_I_J = liste des nœuds composant un chemin

Algorithme *check_constraints(Ec)*

1. S, d_I_J = aStar (Ec) #recherche du plus court chemin
2. **Si** d_I_J = 0 **alors** :
3. Remonter dans l'arbre pour trouver un sous-arbre droit inexploré
4. B = J
5. O = S(B)
6. p_I_J = [B, O]
7. **Tant que** O ≠ I :
8. A = S(O)
9. p_I_J = p_I_J ∪ {A}
10. $\Delta(A, B) = \sqrt{(C_v(B, 1) - C_v(A, 1))^2 + (C_v(B, 2) - C_v(A, 2))^2}$
11. **Si** $100 \times \frac{C_v(B, 3) - C_v(O, 3)}{L_E(OB)} > P$ **alors** :
12. Ec = Ec \ (OB) #on retire l'arc OB
13. **Retourner** *check_constraints(Ec)*
14. **FinSi**
15. **Sinon Si** $\arccos\left(\frac{L_E(AO)^2 + L_E(OB)^2 - \Delta(A, B)^2}{2 \times L_E(AO) \times L_E(OB)}\right) < \theta$ **alors** :
16. Ajouter deux branches filles au nœud actuel
17. Aller sur la branche fille gauche
18. Ec = Ec \ (AO) #on retire l'arc AO
19. **Retourner** *check_constraints(Ec)*
20. **FinSi**
21. **Sinon**
22. B = O
23. O = A
24. **FinSinon**
25. D_I_J = D_I_J ∪ {d_I_J}
26. P_I_J = P_I_J ∪ {p_I_J}
27. Remonter dans l'arbre pour trouver un sous-arbre droit inexploré

Parmi tous les chemins calculés, seulement le plus court est gardé.

Directeur de recherche :

Mindjid MAIZIA

Victorien FLEURY

PFE/DAE5

UIT/RESEAU

2021-2022

Optimisation géométrique du tracé des transports en milieu urbain

Résumé :

Dans une volonté de convaincre les citoyens de prendre les transports en commun, les décideurs doivent élaborer un tracé prônant sécurité et rapidité. Tramways et bus doivent évoluer dans un environnement urbain qui n'a pas été réfléchi pour faciliter leur passage. L'objectif de ce PFE est donc de déterminer le plus court chemin reliant une origine et une destination tout en respectant des contraintes de circulation : la pente du profil en long et la courbure des virages. Plusieurs modèles mathématiques sont donc élaborés. Il en résulte une version définitive qui mobilise la notion d'arbre binaire. Celle-ci recherche un chemin, vérifie s'il respecte les contraintes pour ensuite en chercher de nouveaux après suppression de certains arcs du réseau. Cela donne un ensemble de solutions qui vont être comparées les unes par rapport aux autres pour trouver la meilleure. Cette dernière est ensuite évaluée au travers d'un indicateur comparant trajets avec et sans application des contraintes : le taux de détour.

Le modèle est appliqué au cas de Tours sur une trentaine de couples de nœuds origine / destination tirés au hasard. Les résultats indiquent que la plupart des plus courts chemins ont une alternative légèrement plus coûteuse en distance mais qui respecte les contraintes. Des calculs complémentaires ont montré que la présence de virages non compatibles avec le rayon de braquage des véhicules obligeait à réaliser un plus grand détour bien que la pente soit la première raison de recherche d'un autre trajet.

Mots Clés : tracé, transport en commun, plus court chemin, optimisation, taux de détour, contrainte de circulation